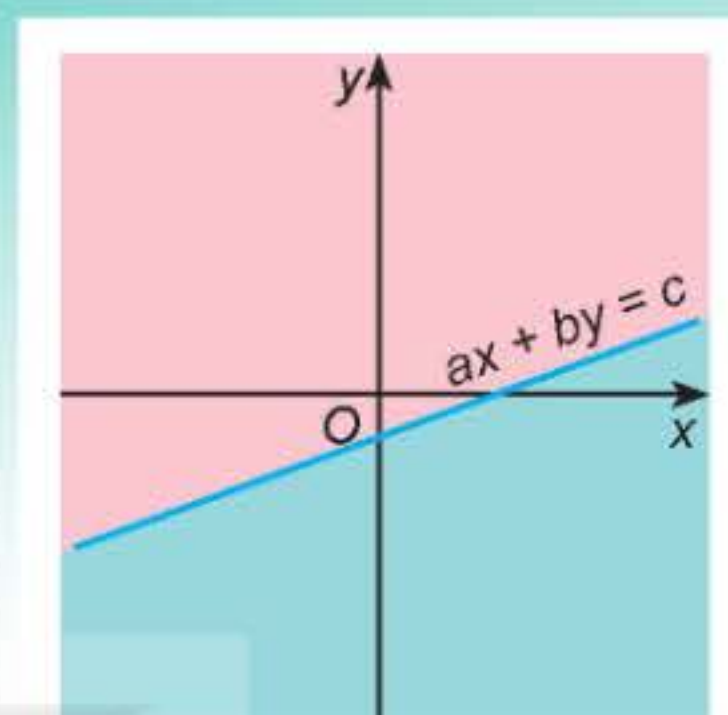


CHƯƠNG II

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Các bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn xuất hiện trong nhiều bài toán kinh tế, như là những ràng buộc trong các bài toán sản xuất, bài toán phân phối hàng hoá,... Chương này cung cấp cách biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.



Bài 3

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

THUẬT NGỮ

- Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biết biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng kiến thức về bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1-6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại:

Loại 1 (dành cho trẻ từ 6-13 tuổi): 50 000 đồng/vé;

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100 000 đồng/vé.

Người ta tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng.

Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì rạp chiếu phim phải bù lỗ?



1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

» **H01.** Trong tình huống mở đầu, gọi x là số vé loại 1 bán được và y là số vé loại 2 bán được. Viết biểu thức tính số tiền bán vé thu được (đơn vị nghìn đồng) ở rạp chiếu phim đó theo x và y .

a) Các số nguyên không âm x và y phải thoả mãn điều kiện gì để số tiền bán vé thu được đạt tối thiểu 20 triệu đồng?

b) Nếu số tiền bán vé thu được nhỏ hơn 20 triệu đồng thì x và y thoả mãn điều kiện gì?

Mỗi hệ thức liên hệ giữa x và y thu được trong HĐ1a và HĐ1b được gọi là một *bất phương trình bậc nhất hai ẩn*.

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là:

$$ax + by \leq c \text{ (} ax + by \geq c, ax + by < c, ax + by > c \text{)}$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

» **Ví dụ 1.** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$2x + 3y < 1; \quad 2x^2 + 3y < 1.$$

Giải

Bất phương trình $2x + 3y < 1$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bất phương trình $2x^2 + 3y < 1$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì chứa x^2 .

» **HĐ2.** Cặp số $(x; y) = (100; 100)$ thoả mãn bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào trong hai bất phương trình thu được ở HĐ1? Từ đó cho biết rạp chiếu phim có phải bù lỗ hay không nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2.

Trả lời câu hỏi tương tự với cặp số $(x; y) = (150; 150)$.

Cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một **ng nghiệm** của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by \leq c$ nếu bất đẳng thức $ax_0 + by_0 \leq c$ đúng.

» **Ví dụ 2.** Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x + 2y > 5$. Cặp số nào sau đây là một ng nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên?

a) $(x; y) = (3; 4);$

b) $(x; y) = (0; -1).$

Giải

a) Vì $3 + 2 \cdot 4 = 11 > 5$ nên cặp số $(3; 4)$ là một ng nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Vì $0 + 2 \cdot (-1) = -2 < 5$ nên cặp số $(0; -1)$ không phải là một ng nghiệm của bất phương trình đã cho.

» **Luyện tập 1.** Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x + 2y \geq 0$.

a) Hãy chỉ ra ít nhất hai ng nghiệm của bất phương trình trên.

b) Với $y = 0$, có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn bất phương trình đã cho?

Nhận xét. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn luôn có vô số ng nghiệm.

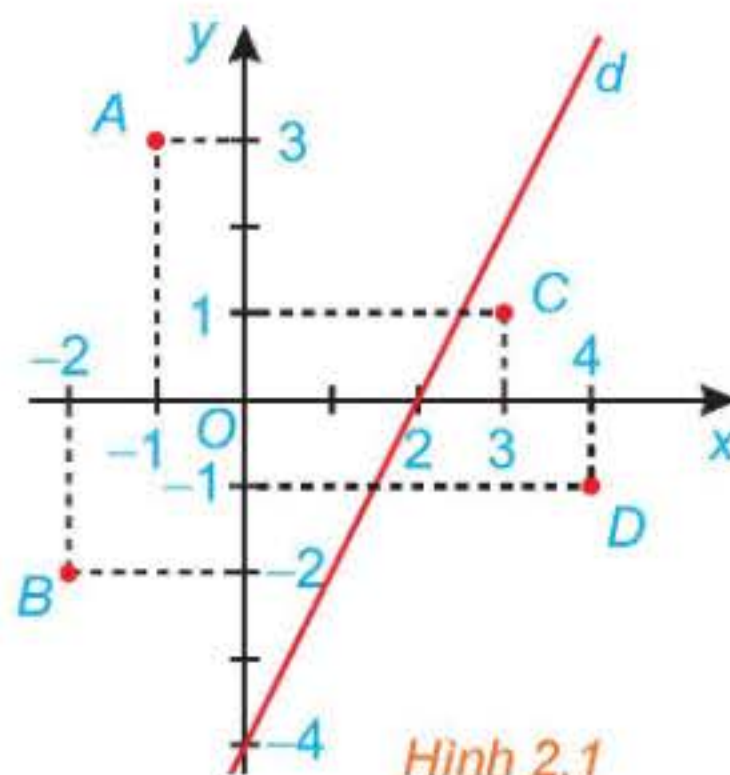
2. BIỂU DIỄN MIỀN NG NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ

» **HĐ3.** Cho đường thẳng $d: 2x - y = 4$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy (H.2.1). Đường thẳng này chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng.

a) Các điểm $O(0; 0)$, $A(-1; 3)$ và $B(-2; -2)$ có thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d không?

Tính giá trị của biểu thức $2x - y$ tại các điểm đó và so sánh với 4.

b) Trả lời câu hỏi tương tự như câu a với các điểm $C(3; 1)$, $D(4; -1)$.



Hình 2.1

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ được gọi là **miền nghiệm** của bất phương trình đó.
 - Người ta chứng minh được rằng đường thẳng d có phương trình $ax + by = c$ chia mặt phẳng tọa độ Oxy thành hai nửa mặt phẳng bờ d :
 - Một nửa mặt phẳng (không kể bờ d) gồm các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn $ax + by > c$;
 - Nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ d) gồm các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn $ax + by < c$.
- Bờ d gồm các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn $ax + by = c$.

» **Ví dụ 3.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x + y \geq 100$ trên mặt phẳng tọa độ.

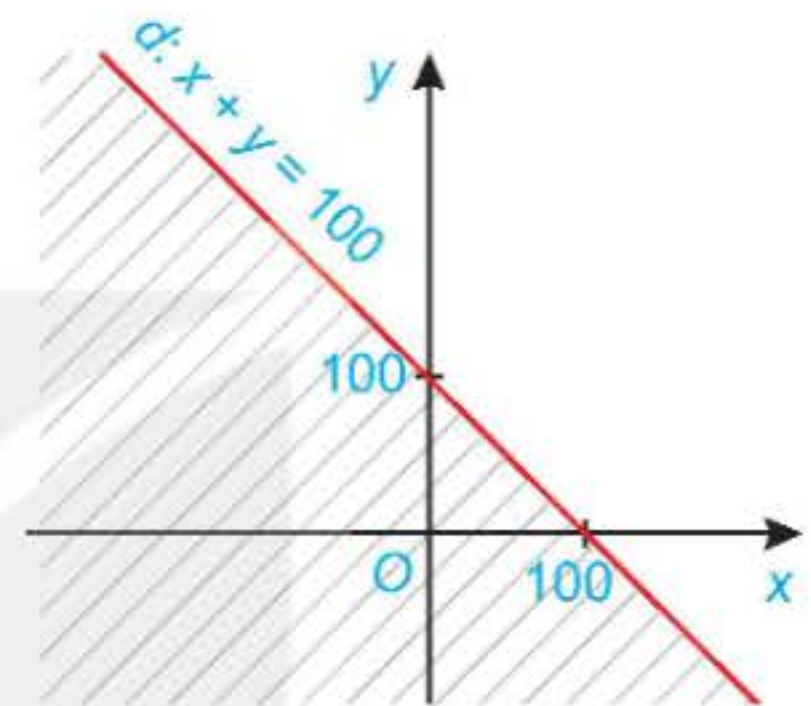
Giải (H.2.2)

Ta biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x + y \geq 100$ như sau:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: x + y = 100$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bước 2. Lấy một điểm bất kì không thuộc d trên mặt phẳng rồi thay vào biểu thức $x + y$. Chẳng hạn, lấy $O(0;0)$, ta có: $0 + 0 < 100$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ (miền không bị gạch).



Hình 2.2

Cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by \leq c$.

- Vẽ đường thẳng $d: ax + by = c$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc d .
- Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh với c .
- Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ d chứa M_0 là miền nghiệm của bất phương trình. Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ d không chứa M_0 là miền nghiệm của bất phương trình.

- Nếu $c \neq 0$, ta thường chọn M_0 chính là gốc tọa độ.
- Nếu $c = 0$, ta thường chọn M_0 có tọa độ $(1; 0)$ hoặc $(0; 1)$.



» **Ví dụ 4.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $5x - 7y \leq 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

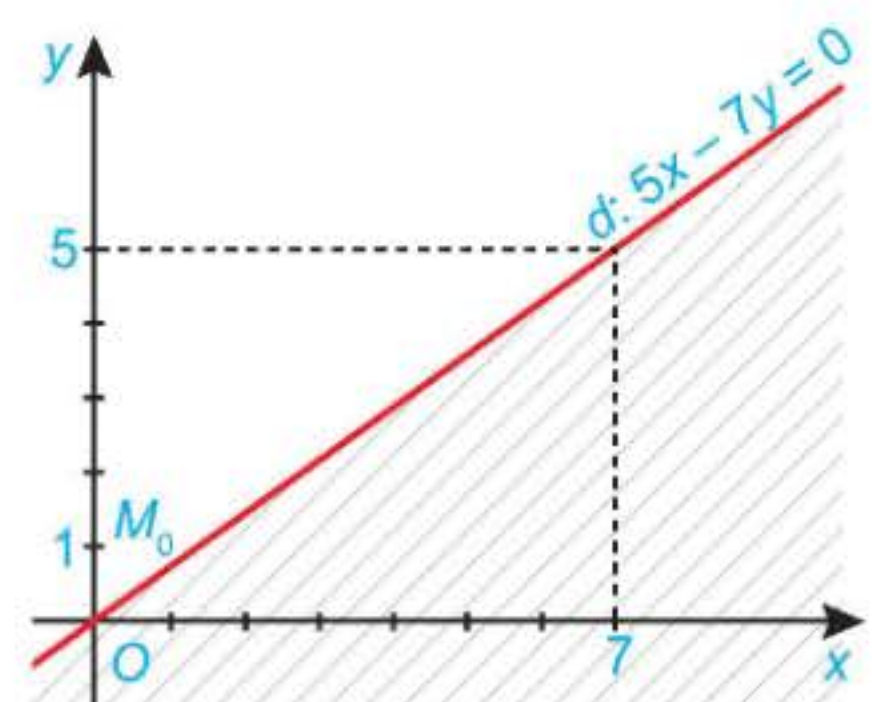
Giải (H.2.3)

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: 5x - 7y = 0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bước 2. Lấy điểm $M_0(0; 1)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 1$ vào biểu thức $5x - 7y$ ta được: $5 \cdot 0 - 7 \cdot 1 = -7 < 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm M_0 (miền không bị gạch).

Chú ý. Miền nghiệm của bất phương trình $ax + by < c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ và biểu diễn đường thẳng bằng nét đứt.



Hình 2.3

» **Luyện tập 2.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x + y < 200$ trên mặt phẳng tọa độ.

» **Ví dụ 5.** Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

Giải

Gọi x là số lượng vé loại 1 bán được ($x \in \mathbb{N}$) và y là số lượng vé loại 2 bán được ($y \in \mathbb{N}$) thì số tiền bán vé thu được là $50x + 100y$ (nghìn đồng). Người ta sẽ phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé nhỏ hơn 20 triệu đồng, tức là: $50x + 100y < 20\,000$ hay $x + 2y < 400$.

Như vậy, việc giải quyết bài toán mở đầu dẫn đến việc đi tìm miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 400$.

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

- Vẽ đường thẳng $d: x + 2y = 400$.
- Ta lấy gốc toạ độ $O(0; 0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 400$.

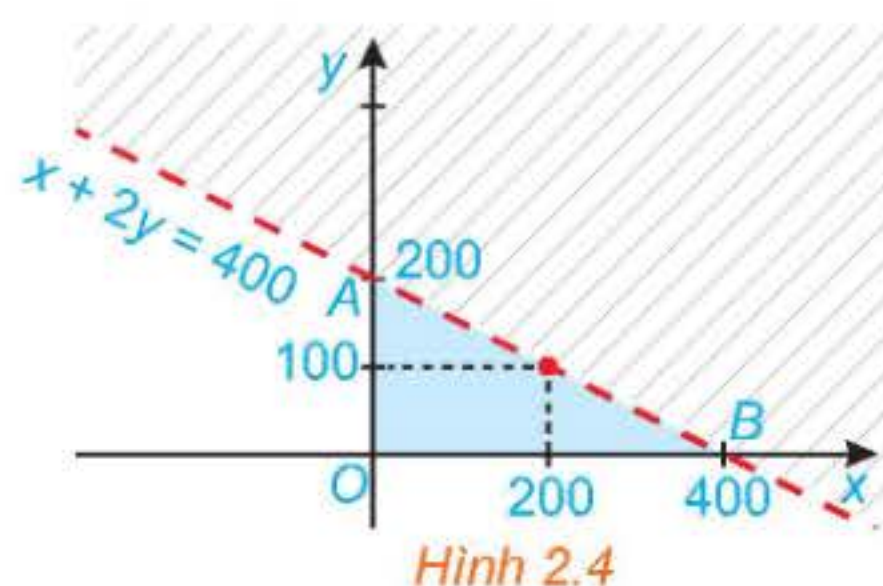
Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc toạ độ không kể đường thẳng d (H.2.4).

Vậy, nếu bán được số vé loại 1 là x và số vé loại 2 là y mà điểm $(x; y)$ nằm trong miền tam giác OAB không kể cạnh AB thì rạp chiếu phim sẽ phải bù lỗ.

Nếu điểm $(x; y)$ nằm trên đoạn thẳng AB thì rạp chiếu phim hoà vốn.

Nhận xét

- Nếu bán được 150 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì rạp chiếu phim có lãi.
- Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.
- Nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.



Miền tam giác gồm các điểm bên trong và các điểm trên ba cạnh của tam giác.



» **Vận dụng.** Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Em có thể sử dụng bao nhiêu phút gọi nội mạng và bao nhiêu phút gọi ngoại mạng trong một tháng nếu em muốn số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

BÀI TẬP

2.1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- a) $2x + 3y > 6$; b) $2^2x + y \leq 0$; c) $2x^2 - y \geq 1$.

2.2. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ:

- a) $3x + 2y \geq 300$; b) $7x + 20y < 0$.

2.3. Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1 500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng toạ độ.