

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

A – TRẮC NGHIỆM

4.27. Trong mặt phẳng toạ độ, cặp vector nào sau đây có cùng phương?

A. $\vec{u} = (2; 3)$ và $\vec{v} = \left(\frac{1}{2}; 6\right)$.

B. $\vec{a} = (\sqrt{2}; 6)$ và $\vec{b} = (1; 3\sqrt{2})$.

C. $\vec{i} = (0; 1)$ và $\vec{j} = (1; 0)$.

D. $\vec{c} = (1; 3)$ và $\vec{d} = (2; -6)$.

4.28. Trong mặt phẳng toạ độ, cặp vector nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $\vec{u} = (2; 3)$ và $\vec{v} = (4; 6)$.

B. $\vec{a} = (1; -1)$ và $\vec{b} = (-1; 1)$.

C. $\vec{z} = (a; b)$ và $\vec{t} = (-b; a)$.

D. $\vec{n} = (1; 1)$ và $\vec{k} = (2; 0)$.

4.29. Trong mặt phẳng toạ độ, vector nào sau đây có độ dài bằng 1?

A. $\vec{a} = (1; 1)$.

B. $\vec{b} = (1; -1)$.

C. $\vec{c} = \left(2; \frac{1}{2}\right)$.

D. $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$.

4.30. Góc giữa vector $\vec{a} = (1; -1)$ và vector $\vec{b} = (-2; 0)$ có số đo bằng:

A. 90° .

B. 0° .

C. 135° .

D. 45° .

4.31. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$.

B. $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$.

4.32. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.

B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2\sqrt{2}$.

D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$.

B – TỰ LUẬN

4.33. Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm M sao cho $MB = 3MC$.

a) Tìm mối liên hệ giữa hai vector $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$.

b) Biểu thị vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

4.34. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng với mọi điểm M , ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.$$

4.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;1), B(-2;5)$ và $C(-5;2)$.

- Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.
- Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông. Tính diện tích và chu vi của tam giác đó.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $BCAD$ là một hình bình hành.

4.36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;2), B(3;4), C(-1;-2)$ và $D(6;5)$.

- Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.
- Hãy giải thích tại sao các vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng phương.
- Giả sử E là điểm có tọa độ $(a;1)$. Tìm a để các vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BE}$ cùng phương.
- Với a tìm được, hãy biểu thị vector $\overrightarrow{AE}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

4.37. Cho vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Chứng minh rằng $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ (hay còn được viết là $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$) là một vector đơn vị, cùng hướng với vector $\vec{a}$.

4.38. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$ với $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \perp \vec{b}$. Xét một hệ trục Oxy với các vector đơn vị $\vec{i} = \vec{a}, \vec{j} = \vec{b}$. Chứng minh rằng:

- Vector $\vec{u}$ có tọa độ là $(\vec{u} \cdot \vec{a}; \vec{u} \cdot \vec{b})$.
- $\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{a})\vec{a} + (\vec{u} \cdot \vec{b})\vec{b}$.

4.39. Trên sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng $S15^\circ E$ (xem chú thích ở Bài 3.8, trang 42) với vận tốc có độ lớn bằng 20 km/h. Tính độ lớn của vận tốc riêng của ca nô, biết rằng nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc có độ lớn bằng 3 km/h.