

THUẬT NGỮ

- Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc
- Công thức cộng xác suất

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Tính xác suất của biến cố hợp của hai biến cố xung khắc bằng cách sử dụng công thức cộng xác suất.
- Tính xác suất của biến cố hợp của hai biến cố bất kì bằng cách sử dụng công thức cộng xác suất và phương pháp tổ hợp.

Tại tỉnh X, thống kê cho thấy trong số những người trên 50 tuổi có 8,2% mắc bệnh tim; 12,5% mắc bệnh huyết áp và 5,7% mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp. Từ đó, ta có thể tính được tỉ lệ dân cư trên 50 tuổi của tỉnh X không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp hay không?

1. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC

a) Biến cố xung khắc

» **HĐ1.** Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

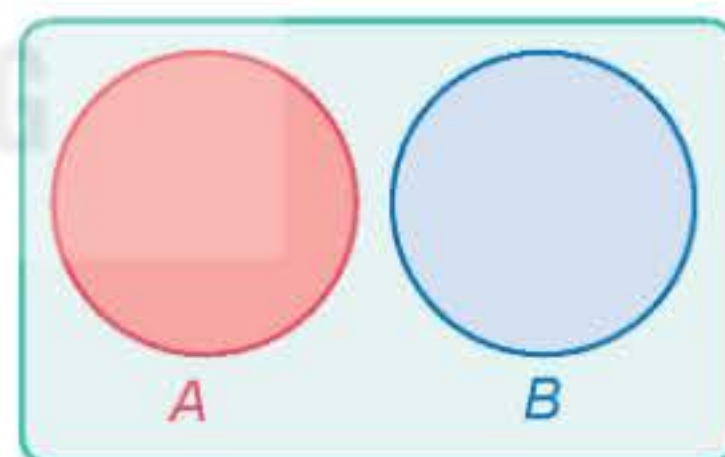
A: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chia hết cho 3”;

B: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chia hết cho 4”.

Hai biến cố A và B có đồng thời xảy ra hay không? Vì sao?

Biến cố A và biến cố B được gọi là **xung khắc** nếu A và B không đồng thời xảy ra.

Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.



Hình 8.3



Biến cố A và biến cố đối $\bar{A}$ có xung khắc hay không? Tại sao?

» **Ví dụ 1.** Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

A: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7”;

B: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4”;

C: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố”.

Trong các cặp biến cố A và B; A và C; B và C, cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?

Giải

Cặp biến cố A và B là xung khắc vì A và B không đồng thời xảy ra.

Cặp biến cố A và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 thì cả A và C xảy ra.

Cặp biến cố B và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 3 thì cả B và C xảy ra.

» **Luyện tập 1.** Một tổ học sinh có 8 bạn, trong đó có 6 bạn thích môn Bóng đá, 4 bạn thích môn Cầu lông và 2 bạn thích cả hai môn Bóng đá và Cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

E : “Học sinh được chọn thích môn Bóng đá”;

F : “Học sinh được chọn thích môn Cầu lông”.

Hai biến cố E và F có xung khắc không?

b) Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

» **HĐ2.** Trở lại tình huống trong HĐ1. Hãy tính $P(A)$, $P(B)$ và $P(A \cup B)$.

Với hai biến cố xung khắc, ta có công thức tính xác suất của biến cố hợp như sau:

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

» **Ví dụ 2.** Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A : “Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”;

B : “Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn”;

C : “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$.

b) Tính $P(C)$.

Giải

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B .

b) Hai biến cố A và B là xung khắc. Do đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta cần tính $P(A)$ và $P(B)$.

Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1; 2; \dots; 9\}$.

Do đó $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

- Tính $P(A)$: Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2; 4; 6; 8\}$.

$$\text{Do đó } n(A) = C_4^2 = 6. \text{ Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

- Tính $P(B)$: Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn một số chẵn từ tập $\{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4 \cdot 5 = 20$ (phần tử).

$$\text{Do đó } n(B) = 20. \text{ Suy ra } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Vậy } P(C) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{20}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

» **Luyện tập 2.** Một hộp đựng 5 quả cầu màu xanh và 3 quả cầu màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên hai quả cầu trong hộp. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu.

2. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

» **HĐ3.** Ở một trường trung học phổ thông X , có 19% học sinh học khá môn Ngữ văn, 32% học sinh học khá môn Toán, 7% học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X . Xét hai biến cố sau:

A : “Học sinh đó học khá môn Ngữ văn”;

B : “Học sinh đó học khá môn Toán”.

a) Hoàn thành các mệnh đề sau bằng cách tìm cụm từ thích hợp thay cho dấu “?”.

$P(A)$ là tỉ lệ ... (?) ...

$P(AB)$ là ... (?) ...

$P(B)$ là ... (?) ...

$P(A \cup B)$ là ... (?) ...

b) Tại sao để tính $P(A \cup B)$ ta không áp dụng được công thức $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$?

Cho hai biến cố A và B . Khi đó, ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Công thức này được gọi là **công thức cộng xác suất**.



Tại sao công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc là hệ quả của công thức cộng xác suất?

» **Ví dụ 3.** Trở lại tình huống trong HĐ3. Hãy tính tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X .

Giải

Theo đề bài, ta có:

$$P(A) = 19\% = 0,19; P(B) = 32\% = 0,32 \text{ và } P(AB) = 7\% = 0,07.$$

Theo công thức cộng xác suất, ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,19 + 0,32 - 0,07 = 0,44.$$

Do đó, xác suất để chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán là 0,44.

Vậy tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X là 44%.

» **Luyện tập 3.** Phòng vấn 30 học sinh lớp 11A về môn thể thao yêu thích thu được kết quả có 19 bạn thích môn Bóng đá, 17 bạn thích môn Bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 11A. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn.

» **Vận dụng.** Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

Gợi ý. Chọn ngẫu nhiên một người dân trên 50 tuổi của tỉnh X. Gọi A là biến cố “Người đó mắc bệnh tim”; B là biến cố “Người đó mắc bệnh huyết áp”; E là biến cố “Người đó không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp”. Khi đó $\bar{E}$ là biến cố “Người đó mắc bệnh tim hoặc mắc bệnh huyết áp”. Ta có $\bar{E} = A \cup B$. Áp dụng công thức cộng xác suất và công thức xác suất của biến cố đối để tính $P(E)$.

BÀI TẬP

- 8.6. Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh.
- 8.7. Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:
- Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;
 - Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.
- 8.8. Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để:
- Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
 - Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.
- 8.9. Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B. Thống kê cho thấy có 50% người mua sách A; 70% người mua sách B; 30% người mua cả sách A và sách B. Chọn ngẫu nhiên một người mua sách. Tính xác suất để:
- Người đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B;
 - Người đó không mua cả sách A và sách B.
- 8.10. Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa A, 56% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa B và 28,5% giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B. Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B.