

THUẬT NGỮ

- Vector chỉ phương của đường thẳng
- Phương trình tham số của đường thẳng
- Phương trình chính tắc của đường thẳng
- Hai đường thẳng vuông góc với nhau
- Hai đường thẳng song song với nhau
- Hai đường thẳng trùng nhau
- Hai đường thẳng chéo nhau
- Hai đường thẳng cắt nhau

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết các phương trình tham số, chính tắc của đường thẳng.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vector chỉ phương.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
- Nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- Vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt ở điểm $M(2; 3; -4)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(-1; 0; 8)$. Một tấm bìa chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính bằng 3 và đặt trong mặt phẳng (Oxy) . Hỏi tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N hay không?

1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

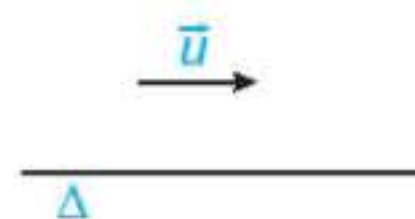
a) Vector chỉ phương của đường thẳng

» HỎI. Hình thành khái niệm vector chỉ phương của đường thẳng

Trong không gian, cho điểm M và vector $\vec{u}$ khác vector-không. Khẳng định nào trong hai khẳng định sau là đúng?

- Có duy nhất đường thẳng đi qua M và vuông góc với giá của $\vec{u}$.
- Có duy nhất đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với giá của $\vec{u}$.

Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là **vector chỉ phương** của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ .



Hình 5.23

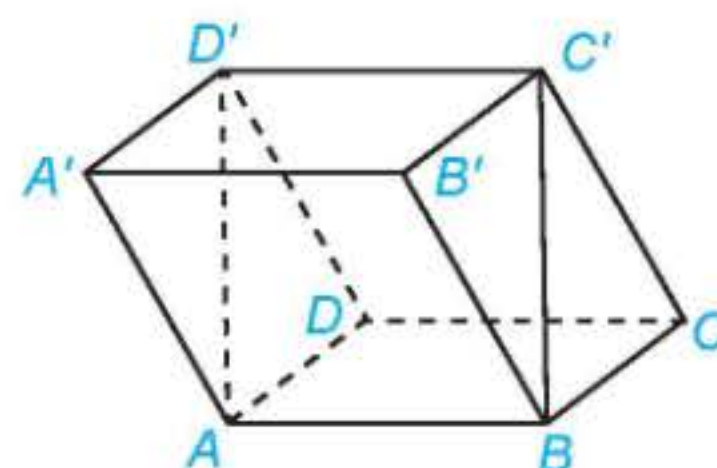
Chú ý

- Đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vector chỉ phương.
- Nếu $\vec{u}$ là một vector chỉ phương của Δ thì $k\vec{u}$ (với k là một số khác 0) cũng là một vector chỉ phương của Δ .

» **Ví dụ 1.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy chỉ ra các vector chỉ phương của đường thẳng BC' mà điểm đầu và điểm cuối của vector đó đều là các đỉnh của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

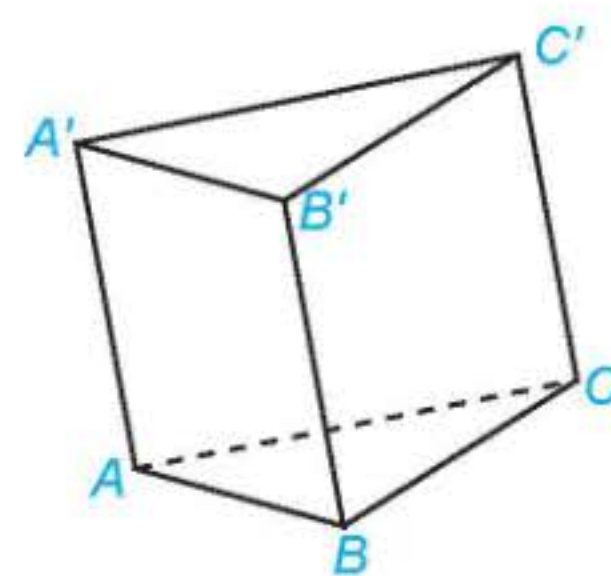
Giải (H.5.24)

Đường thẳng BC' nhận các vector $\overrightarrow{BC'}$, $\overrightarrow{C'B}$, $\overrightarrow{AD'}$, $\overrightarrow{D'A}$ là các vector chỉ phương.



Hình 5.24

» **Luyện tập 1.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (H.5.25). Trong các vectơ có điểm đầu và điểm cuối đều là đỉnh của hình lăng trụ, những vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?



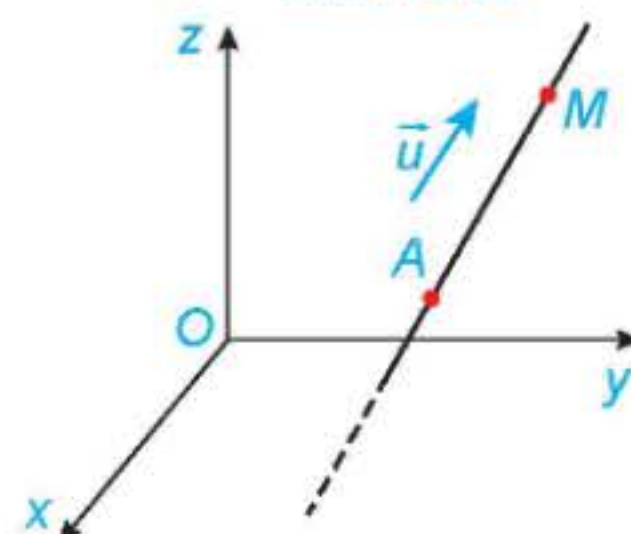
Hình 5.25

b) Phương trình tham số của đường thẳng

» **H.2.** Hình thành khái niệm phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, một vật thể chuyển động với vectơ vận tốc không đổi $\vec{u} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ và xuất phát từ điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ (H.5.26).

- Hỏi vật thể chuyển động trên đường thẳng nào (chỉ ra điểm mà nó đi qua và vectơ chỉ phương của đường thẳng đó)?
- Giả sử tại thời điểm t ($t > 0$) tính từ khi xuất phát, vật thể ở vị trí $M(x; y; z)$. Tính x, y, z theo a, b, c, x_0, y_0, z_0 và t .



Hình 5.26

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng Δ (t là tham số, $t \in \mathbb{R}$).

Chú ý

- Với các số a, b, c không đồng thời bằng 0, hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ xác định một đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.
- Từ phương trình tham số của đường thẳng, mỗi giá trị của tham số tương ứng với một điểm thuộc đường thẳng đó và ngược lại.

» **Ví dụ 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 \\ z = 2t \end{cases}$

- Hãy chỉ ra một điểm thuộc Δ và một vectơ chỉ phương của Δ .
- Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ' đi qua $A(2; 1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (3; 0; 2)$.

Giải

- a) Do Δ có phương trình $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 0t \\ z = 0 + 2t \end{cases}$

nên điểm $M(-1; 1; 0)$ thuộc Δ và $\vec{u}(3; 0; 2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

- b) Đường thẳng Δ' có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 3s \\ y = 1 \\ z = 2s \end{cases}$

» **Luyện tập 2.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3t \\ z = 1 + t. \end{cases}$

- a) Hãy chỉ ra hai điểm thuộc Δ và một vector chỉ phương của Δ .
 b) Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{v} = (1; 3; 1)$.

c) Phương trình chính tắc của đường thẳng

» **HĐ3.** Hình thành khái niệm phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ (a, b, c là các số khác 0).

- a) Điểm $M(x; y; z)$ thuộc Δ khi và chỉ khi hai vector $\vec{AM} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$ và $\vec{u} = (a; b; c)$ có mối quan hệ gì?
 b) Điểm $M(x; y; z)$ thuộc Δ khi và chỉ khi các số $\frac{x - x_0}{a}, \frac{y - y_0}{b}, \frac{z - z_0}{c}$ có mối quan hệ gì?

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ với a, b, c là các số khác 0.

Hệ phương trình:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ .

» **Ví dụ 3.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z + 2}{1}$.

Hãy chỉ ra một điểm thuộc Δ và một vector chỉ phương của Δ .

Giải

Đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 0}{3} = \frac{z - (-2)}{1}$ nên điểm $A(1; 0; -2)$ thuộc Δ và $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là một vector chỉ phương của Δ .

» **Luyện tập 3.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x + 1}{3} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 2}{5}$. Hãy chỉ ra một vector chỉ phương của Δ và hai điểm thuộc Δ .

» **Ví dụ 4.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -5; 1)$.

Giải

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 5t \\ z = 4 + t \end{cases}$ và có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 2}{-5} = \frac{z - 4}{1}.$$

» **Luyện tập 4.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; 3)$.

» **Ví dụ 5.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 4; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 3x + 2y = 0$.

Giải

Mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; 0)$. Giá của $\vec{n} = (3; 2; 0)$ và Δ cùng vuông góc với (α) nên chúng trùng nhau hoặc song song với nhau. Do đó Δ nhận $\vec{n} = (3; 2; 0)$ làm một vector chỉ phương.

Vậy Δ có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 4 + 2t \\ z = 5. \end{cases}$$

Nhận xét. Đường thẳng Δ trong Ví dụ 5 không có phương trình chính tắc.

» **Luyện tập 5.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) .

d) Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

» **HĐ4.** Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

Trong không gian Oxyz, cho hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$.

a) Hãy chỉ ra một vector chỉ phương của đường thẳng A_1A_2 .

b) Viết phương trình đường thẳng A_1A_2 .

Trong không gian Oxyz, cho hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và $A_2(x_2; y_2; z_2)$. Đường thẳng A_1A_2 có vector chỉ phương $\vec{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.

• Đường thẳng A_1A_2 có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

• Trong trường hợp $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, $z_1 \neq z_2$ thì đường thẳng A_1A_2 có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

» **Ví dụ 6.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; 4; 0)$.

Giải

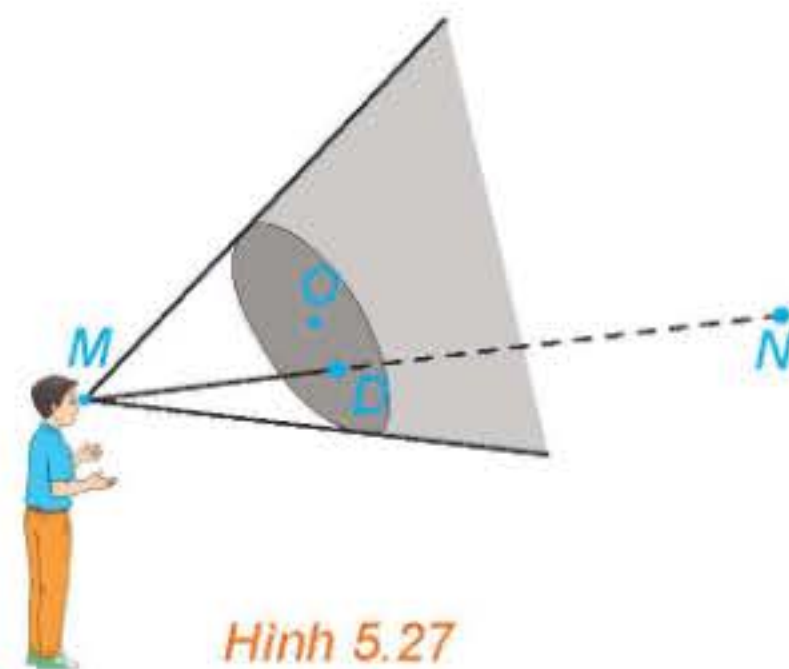
Đường thẳng AB đi qua $A(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{AB} = (1; 2; 1)$. Do đó AB có

phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 và có phương trình chính tắc là
$$\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z + 1}{1}.$$

» **Luyện tập 6.** Trong không gian Oxyz, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 1; 3)$ và $B(2; 4; 6)$.

» **Vận dụng 1.** (H.5.27) Trong tình huống mở đầu hãy thực hiện các bước sau và trả lời câu hỏi đã được nêu ra.

- Viết phương trình tham số của đường thẳng MN .
- Tính tọa độ giao điểm D của đường thẳng MN với mặt phẳng (Oxy).
- Hỏi điểm D có nằm giữa hai điểm M và N hay không?



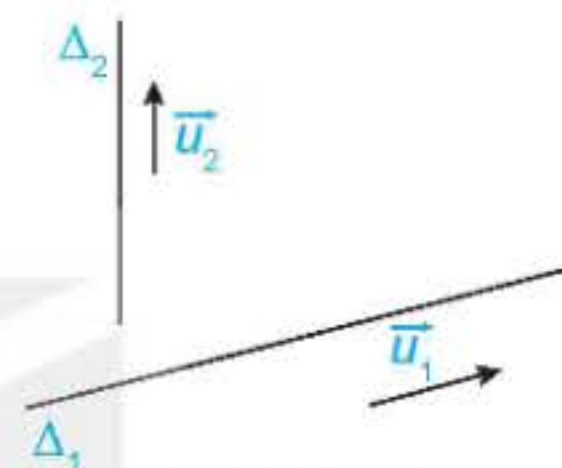
Hình 5.27

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

» **HĐ5.** Tìm điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$.

- Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau khi và chỉ khi hai giá của $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ có mối quan hệ gì?
- Tìm điều kiện đối với $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ để Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.



Hình 5.28

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó:

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0.$$

» **Ví dụ 7.** Trong không gian $Oxyz$, chứng minh rằng hai đường thẳng sau vuông góc với nhau:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}, \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 1 - 2s \\ z = 3 + 8s \end{cases}$$

Giải

Các đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -3; -1), \vec{u}_2 = (1; -2; 8)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 1 + (-3) \cdot (-2) + (-1) \cdot 8 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

» **Luyện tập 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Hỏi đường thẳng Δ có vuông góc với trục Oz hay không?

» **Vận dụng 2.** Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó tương ứng thuộc hai đường thẳng:

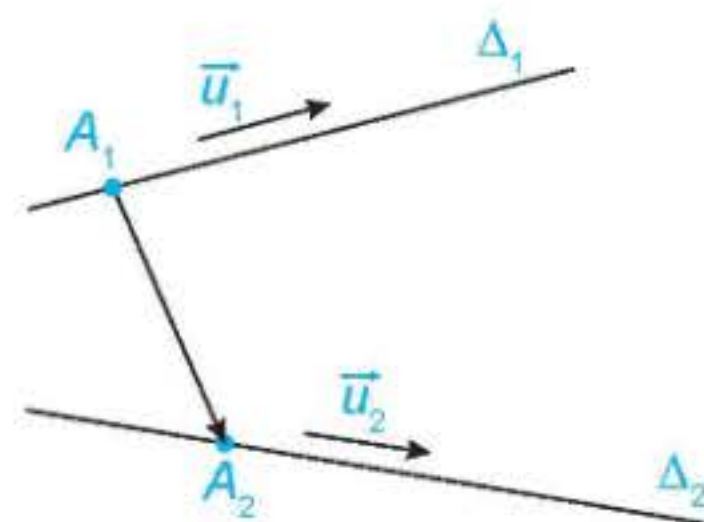
$$\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}, \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - 2s \\ y = 2s \\ z = 1 \end{cases}$$

Hỏi hai con đường trên có vuông góc với nhau hay không?

3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

» HỒ 6. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2)$ và tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ (H.5.29).



Hình 5.29

- Tìm điều kiện đối với $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ để Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau.
- Giả sử $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$ và $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$ thì Δ_1 và Δ_2 có cắt nhau hay không?
- Giả sử $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$ thì Δ_1 và Δ_2 có chéo nhau hay không?

Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2)$ và tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó:

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \notin \Delta_2$.
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \in \Delta_2$.
- Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \perp [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0 \end{cases}$.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$.

» Ví dụ 8. Trong không gian Oxyz, chứng minh rằng hai đường thẳng sau vuông góc với nhau và chéo nhau:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Giải

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A_1(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A_2(4; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 1; -1)$.

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 0$ nên $\vec{u}_1$ vuông góc với $\vec{u}_2$. Do đó Δ_1 vuông góc với Δ_2 .

Ta có $\overrightarrow{A_1A_2} = (3; -3; 1)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 7; 4)$.

Do $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 3 \cdot (-1) + (-3) \cdot 7 + 1 \cdot 4 = -20 \neq 0$ nên Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

» Luyện tập 8. Trong không gian Oxyz, chứng minh rằng hai đường thẳng sau song song với nhau:

$$\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}.$$

» **Ví dụ 9.** Trong không gian Oxyz, chứng minh rằng hai đường thẳng sau cắt nhau:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = -6 + s \\ y = 5 + s \\ z = 5 + 2s \end{cases}$$

Giải

Đường thẳng Δ_1 đi qua $A_1(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; 2)$. Đường thẳng Δ_2 đi qua $A_2(-6; 5; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; 2)$. Ta có $\overrightarrow{A_1A_2} = (-7; 3; 6)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 4; -2)$.
Do $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7) \cdot 0 + 3 \cdot 4 + 6 \cdot (-2) = 0$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$ nên hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

» **Luyện tập 9.** Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{4}$. Chứng minh rằng:

- Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau;
- Đường thẳng Δ_1 và trục Ox chéo nhau;
- Đường thẳng Δ_2 trùng với đường thẳng $\Delta_3: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+4}{4}$;
- Đường thẳng Δ_2 cắt trục Oz.

Chú ý. Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vector chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó theo tiêu chuẩn sau đây.

Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ và có phương trình tham số:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = x_1 + a_1 t \\ y = y_1 + b_1 t \\ z = z_1 + c_1 t \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = x_2 + a_2 s \\ y = y_2 + b_2 s \\ z = z_2 + c_2 s \end{cases}$$

$$\text{Xét hệ phương trình hai ẩn } t, s: \begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 s \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 s \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 s \end{cases} \quad (*).$$

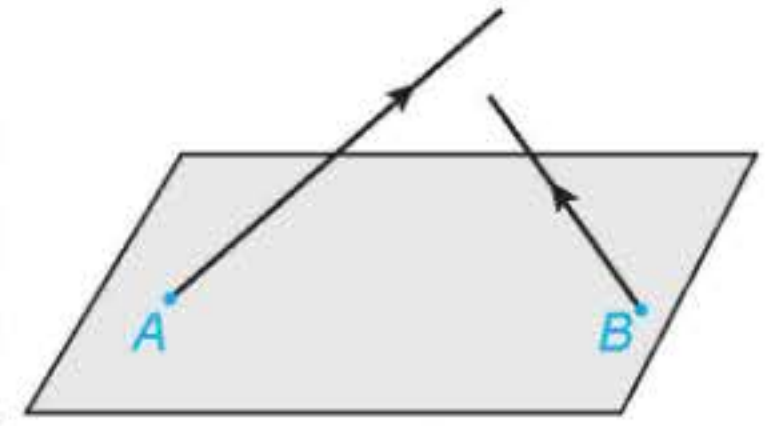
Khi đó:

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ (*) vô nghiệm.
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương và hệ (*) vô nghiệm.

» **Luyện tập 10.** Trong không gian Oxyz, xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = s \\ y = 1 + 2s \\ z = 3s. \end{cases}$$

» **Vận dụng 3.** (H.5.30) Trong không gian Oxyz, có hai vật thể lần lượt xuất phát từ $A(1; 2; 0)$ và $B(3; 5; 0)$ với vector vận tốc không đổi tương ứng là $\vec{v}_1 = (2; 1; 3)$, $\vec{v}_2 = (1; 2; 1)$. Hỏi trong quá trình chuyển động, hai vật thể trên có va chạm vào nhau hay không?



Hình 5.30

BÀI TẬP

5.11. Trong không gian Oxyz, viết các phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{3}$.

5.12. Trong không gian Oxyz, viết các phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 1 = 0$.

5.13. Trong không gian Oxyz, viết các phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(1; -2; 4)$.

5.14. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-8}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{2}.$$

- Chứng minh rằng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và Δ_2 .

5.15. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}.$$

- Chứng minh rằng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và Δ_2 .

5.16. Trong không gian Oxyz, xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = -1 + 2s \\ y = 2 + s \\ z = 1 + 3s. \end{cases}$$

- 5.17.** Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó thuộc hai đường thẳng lần lượt có phương trình:

$$\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}.$$

- a) Hai con đường trên có vuông góc với nhau hay không?
b) Nút giao thông trên có phải là nút giao thông khác mức hay không?

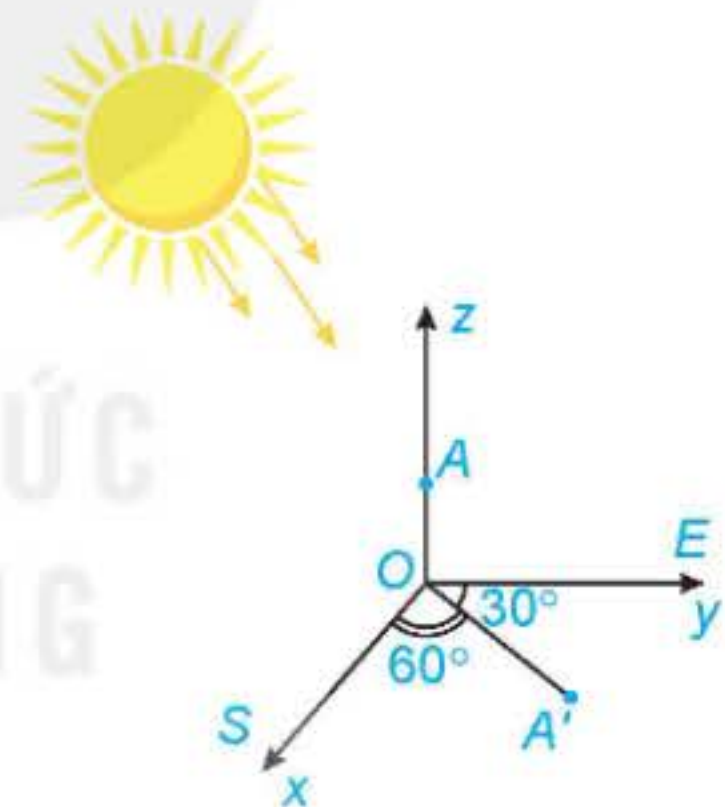


Hình 5.31. Hình ảnh một nút giao thông khác mức

- 5.18.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 3; 4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2; 1; 6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

- a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7; \frac{7}{2}; 21\right)$.
b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3; 1; -8)$.

- 5.19.** Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°) (H.5.32). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.



Hình 5.32